Approche bayésienne pour le contrôle de puissance décentralisé efficace énergétiquement

Mael Le Treust, Samson Lasaulce

Approche bayésienne pour le contrôle de puissance décentralisé efficace énergétiquement

Mael Le Treust[1], Samson Lasaulce[1]

LSS-CNRS-Supélec-Université de Paris 11 ; 3, rue Joliot-Curie, 91190 Gif-sur-Yvette, France
{mael.letreust,lasaulce}@lss.supelec.fr

Mots-Clés : *Contrôle de puissance, efficacité énergétique, jeux bayésiens.*

1 Introduction et système de référence

Nous considérons la liaison montante d'un réseau avec N transmetteurs mobiles et un seul récepteur (canal à accès multiple) où l'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash ont été étudiées par Goodman et Mandayam [1] dans le cas d'information complète sur l'état des canaux. Nous utilisons l'approche bayésienne pour le cas où les canaux, sélectifs en temps mais non sélectifs en fréquence, sont tirés de manière indépendante sur un ensemble admissible : $|h_i|^2 \in H_i \subset [\eta_i^{min}, \eta_i^{max}]$ avec la loi $P_i \in \Delta(H_i)$. Le signal reçu par la station de base peut s'écrire :

$$Y = \sum_{i=1}^{N} h_i X_i + Z \tag{1}$$

avec $\mathbb{E}|X_i|^2 = p_i$ et $Z \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Le terminal i (joueur i) choisit, pour chaque paquet émis, un niveau de puissance d'émission $p_i \in \mathcal{P}_i = [\,0, p_i^{max}]$, et l'efficacité de la transmission est définie par la fonction d'utilité :

$$u_i(p_i, p_{-i}, h) = \frac{r_i f\left(\frac{p_i |h_i|^2}{\sum_{j \neq i} p_j |h_j|^2 + \sigma^2}\right)}{p_i}, \quad i \in \{1, \ldots, N\} \tag{2}$$

où r_i est le débit utile de transmission en bits par seconde, $h = \{|h_1|^2, \ldots, |h_K|^2\}$ est le vecteur des réalisations des canaux et la fonction $f : \mathbb{R}^+ \to [0, 1]$ est croissante et sigmoïdale.

2 Formulation d'un jeu bayésien pour le contrôle de puissance

Introduit par Harsanyi [2], un jeu bayésien $[G(\cdot), \mathcal{I}]$ est défini par une famille de jeux stratégiques $\{G(h)\}_{h \in H}$, étendue d'une structure d'information $\mathcal{I}$:

– $(H, \mathcal{A}, P)$ un ensemble d'états $h \in H = \prod_{i \in K} H_i$, une probabilité P et d'une tribu $\mathcal{A}$.
– Une famille d'applications mesurables : $\theta_i : (H, \mathcal{A}) \mapsto S_i$ (ensemble fini de signaux).

Le jeu stratégique dépend de la réalisation $\{h = \mathbf{h}\}$ de la variable aléatoire d'état, à travers les fonctions d'utilité $u : \mathcal{P} \times H \mapsto \mathbb{R}^K$ définies ci-dessus. Une stratégie pure pour le joueur i est une fonction $\tau_i : S_i \mapsto \mathcal{P}_i$. L'utilité espérée pour le joueur i avec la stratégie jointe τ sachant le signal s_i :

$$\vartheta_i(\tau_i, \tau_{-i}, s_i) \quad = \quad \mathbb{E}_{\mathbf{h},\mathbf{s}_{-i}}\left[u_i(\tau_i(s_i), \{\tau_j(s_j)\}_{j \neq i}, h) | s_i\right]$$

Les joueurs sont supposés rationnels et la précédente description du jeu est connaissance commune. Les résultats s'appliquent aux scénarios suivants :

- Information locale parfaite : le joueur i connaît son propre canal : $s_i = h_i \in H_i$.
- Information locale imparfaite : le joueur i connaît une estimation de son canal : $s_i = \hat{h}_i \in \Delta(H_i)$.
- Information globale : le joueur i connaît tous les canaux : $s_i = h \in H$.
- Information triviale : le joueur i reçoit un signal trivial : $s_i = \{\cdot\}$.

3 Existence d'un équilibre bayésien en stratégies pures

Nous considérons le jeu compact $G(s) = \{K, (\mathcal{P}_i)_i, (\vartheta_i(s_i))_i\}$ où le joueur i reçoit le signal s_i. Nous montrons que le jeu satisfait la condition de diagonalité continuement transférable. Le résultat de Tian [4] montre que cette condition implique l'existence d'un équilibre bayésien en stratégies pures.

Définissons $U(\tau'(s), \tau(s)) = \sum_{i \in K} \vartheta_i(\tau'_i, \tau_{-i}, s_i)$, la somme des utilités de déviation que l'on souhaite maximiser par rapport à la stratégie $\tau'(s)$. Une condition nécessaire au problème de maximisation, s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial \tau'_i(s_i)} \vartheta_i(\tau'_i(s_i), \tau_{-i}(s_{-i}), s_i) = 0 \Leftrightarrow \mathbb{E}_\alpha \left[\alpha x f'(\alpha x) - f(\alpha x) \right] = 0$$

Pour chaque $\tau(s)$ et $\tau'(s)$ satisfaisant la condition $U(\tau'(s), \tau(s)) > U(\tau(s), \tau(s))$, nous explicitons un voisinage V_τ de $\tau(s)$ et une action jointe τ^0 tel que $U(\tau^0, V_\tau) - U(V_\tau, V_\tau) > 0$. La condition de diagonalité continuement transférable est vérifiée.

4 Extensions aux jeux répétés avec information incomplète

Supposons que les signaux soient triviaux $s_i = \{\cdot\}$. Les croyances des joueurs restent constantes le long du jeu répété. Nous donnons une condition suffisante $\forall i \in K \quad \lambda \bar{u}_i + (1-\lambda) u_i^* \leq u_i^{co}$ sur l'escompte pour qu'un plan coopératif u_i^{co} accompagné d'un plan de punition à l'équilibre u_i^*, soit une stratégie d'équilibre parfait en sous-jeux.
Considérons le jeu à deux joueurs où seul un joueur connaît l'état du jeu. Le résultat de Hart [3] caractérise les utilités d'équilibre : (a, b) est une utilité d'équilibre du jeu infini $\Gamma(p)$ si et seulement si il existe une bi-martingale $g_t = (p_t, a_t, b_t)$ partant de $g = (p, a, b)$ et convergeant p.s. vers $g_\infty \in G_{NR}$.

Remerciements à H. Tembine pour ses intéressants commentaires et remarques.

Références

[1] D.J. Goodman and N. Mandayam. Power control for wireless data. *IEEE Personal Communications*, 7(2) :45–54, April 2000.

[2] J.C. Harsanyi. Games with incomplete information played by "bayesian" players, i-iii. part i. the basic model. *Management Science*, 14(3) :159–182, Nov. 1967.

[3] S. Hart. Nonzero-sum two-person repeated games with incomplete information. *Mathematics of Operation Research*, 10(1) :117–153, Feb. 1985.

[4] G. Tian. The existence of equilibria in games with arbitrary strategy spaces and payoffs : A full characterization. Levine's working paper archive, David K. Levine, May 2009.