

# Modélisation d'un procédé de contrôle non destructif par courants de Foucault de structures rivetées en aéronautique

Séverine Paillard, Grégoire Pichenot, Marc Lambert, Hubert Voillaume,  
Nicolas Dominguez

► **To cite this version:**

Séverine Paillard, Grégoire Pichenot, Marc Lambert, Hubert Voillaume, Nicolas Dominguez. Modélisation d'un procédé de contrôle non destructif par courants de Foucault de structures rivetées en aéronautique. Cofrend 2008, May 2008, Toulouse, France. Actes des Journées Cofrend 2008, 2008. <hal-01104118>

**HAL Id: hal-01104118**

**<https://hal-supelec.archives-ouvertes.fr/hal-01104118>**

Submitted on 16 Jan 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MODELISATION D'UN PROCEDE DE CONTROLE NON DESTRUCTIF PAR COURANTS DE FOUCAULT DE STRUCTURES RIVETEEES EN AERONAUTIQUE

## DEVELOPMENT OF A 3-D MODEL FOR EDDY CURRENT TESTING: APPLICATION FOR FASTENED STRUCTURES IN AERONAUTICS

S. PAILLARD, G. PICHENOT – CEA, LIST, Centre de Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette cedex  
Tél. 01 69 08 65 24 – Fax. 01 69 08 75 97  
E-mail : severine.paillard@cea.fr

M. LAMBERT – L2S (CNRS-Supélec), 3 rue Joliot Curie, 91192 Gif-sur-Yvette

H. VOILLAUME – EADS Innovation Works, NDI & SHM, 12 rue Pasteur, 92152 Suresnes

N. DOMINGUEZ – EADS Innovation Works, NDI & SHM, 23 bv Victor Hugo, 31770  
Colomiers

Un des enjeux du CND par Courants de Foucault (CF) dans le domaine aéronautique est l'inspection de structures rivetées pour détecter d'éventuels défauts qui peuvent se créer en pied de rivet. Pour répondre à cette problématique, EADS et le CEA LIST ont collaboré avec le soutien de la Région Île-de-France afin de développer un modèle de simulation au sein de la plate-forme logicielle CIVA, adapté à ce type de configuration, pour la mise au point de méthodes de contrôle, leurs optimisations et leurs qualifications. L'approche théorique choisie est le formalisme d'équations intégrales de volume mettant en jeu des dyades de Green multi-couches et leur mise en œuvre numérique, ce qui permet une grande rapidité de résolution. La prise en compte par le modèle d'un défaut en pied de rivet met en jeu la présence de deux objets de tailles très différentes dans une même configuration. Le modèle a ensuite fait l'objet de validations expérimentales et de comparaisons avec d'autres modèles de simulation aux différentes étapes clefs de son élaboration.

*One of the Eddy Current (EC) testing issues in aeronautics is the inspection of fastened structures to detect flaws nearby rivets which can grow because of mechanical stress. EADS and the CEA LIST have started a collaborative work with the support of the Île-de-France Region to develop a simulation tool of EC fastened structures testing, integrated to the CIVA platform, aimed at conceiving testing methods, optimizing and qualifying it. The volume integral method using a multilayer Green dyadic formalism has been chosen in order to get a fast resolution of Maxwell equations. The flaw response simulation mostly has to cope with a scale issue between the size of the rivet and the one of the flaw. The whole model has been experimentally validated and compared to other simulation models at the important development steps.*

## INTRODUCTION

Cette contribution décrit les récents avancements quant à la simulation de contrôles par courants de Foucault de structures rivetées en aéronautique. Lors de précédentes communications, le modèle multi-couches, basé sur le formalisme des dyades de Green [1], a été comparé à des données provenant d'un code élément finis et validé sur des données expérimentales [2]. Ce modèle qui peut rapidement simuler la réponse d'un capteur CF à la présence d'un défaut enfoui dans une structure multi-couches ou à une structure rivetée est implémenté dans la plate-forme logicielle CIVA [3].

L'objet de cette communication est de présenter l'extension de ce modèle au cas d'une structure rivetée altérée par un défaut : les formulations théorique et numérique sont décrites, puis une validation expérimentale est menée sur deux configurations

représentatives des cas rencontrés lors de contrôles aéronautiques. Les résultats obtenus sur une des deux configurations sont aussi comparés à une méthode des éléments finis développée par le LGEP [4].

## DESCRIPTION DU MODELE SEMI-ANALYTIQUE

### Formulation théorique

La pièce considérée est constituée de (N-2) couches, et comprise entre deux demi-espaces d'air numérotés 1 et N. Chaque couche  $i$  (avec  $i \in \{2, N-1\}$ ) a une conductivité notée  $\sigma_i$ . Une variation de conductivité est présente à l'intérieur de cette pièce, soit par le fait d'une altération (présence de défaut), soit par la présence d'un élément faisant partie de la structure globale de la pièce (rivet). Cette zone de contraste peut s'étendre sur une ou toutes les couches de la pièce. La première couche contenant une zone de contraste, i.e. celle la plus proche de la surface est notée  $m$ , et la dernière est notée  $n$  (par conséquent  $m < n$ ). La zone de contraste est divisée en  $(n-m+1)$  parties, notées  $k$ , chacune étant entièrement contenue dans une seule couche  $\Omega = \sum_{k=m}^n \Omega_k$  (dans le cas d'une structure rivetée, la zone de contraste correspond au rivet,  $m = 2$  et  $n = N-1$ ). L'équation d'état s'écrit :

$$\mathbf{E}_k(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_k^{(0)}(\mathbf{r}) - j\omega\mu_0 \sum_{l=m}^n \int_{\Omega_l} \overline{\overline{\mathbf{G}}_{kl}^{(ee)}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\sigma_l - \sigma(\mathbf{r}')] \mathbf{E}_l(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad \forall \mathbf{r}' \in \Omega_k \quad (1)$$

avec  $E_k^{(0)}(r)$  le champ électrique incident dans la couche  $k$ ,  $E_k(r)$  le champ électrique dans la couche  $k$  et  $\overline{\overline{\mathbf{G}}_{kl}^{(ee)}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  la dyade de Green électrique-électrique qui est solution de l'équation différentielle

$$\nabla \times \nabla \times \overline{\overline{\mathbf{G}}_{kl}^{(ee)}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k_k^2 \overline{\overline{\mathbf{G}}_{kl}^{(ee)}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta_{kl} \overline{\overline{\mathbf{I}}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (2)$$

Dans les équations ci-dessus, le dipôle d'observation situé en  $\mathbf{r}$  se trouve dans  $\Omega_k$  et le dipôle de réception situé en  $\mathbf{r}'$  se trouve dans  $\Omega_l$ ,  $\overline{\overline{\mathbf{I}}}$  est la dyade unité, et  $\delta_{kl}$  est le symbole de Kronecker.  $k_l$  est la constante de propagation dans la  $l^{\text{ième}}$  couche et  $\delta$  est la fonction de Dirac. La réponse de la sonde, exprimée en variations d'impédance, est obtenue via le théorème de réciprocité, explicité en (3), où  $I_0$  est l'amplitude du courant d'injection de la sonde.

$$I_0^2 \Delta Z = \sum_{l=m}^n \int_{\Omega_l} [\sigma_l - \sigma(\mathbf{r})] \mathbf{E}_l^{(0)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_l(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

### Analyse numérique

L'équation d'état (1) est discrétisée par la méthode de Galerkin. La zone de discrétisation est une zone tri-dimensionnelle rectangulaire comprenant les variations de contraste dues à l'objet de perturbation de la pièce contrôlée. Cette approche nous conduit au système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_m^{(0)} \\ \vdots \\ \mathbf{E}_n^{(0)} \end{bmatrix} = \left( \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{m,m} & \cdots & \mathcal{G}_{m,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{G}_{n,m} & \cdots & \mathcal{G}_{n,n} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m \\ \vdots \\ \mathbf{E}_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

où  $\mathcal{G}_{i,i}$  est le terme représentant l'auto-couplage électromagnétique de la zone  $\Omega_i$  sur elle-même et où  $\mathcal{G}_{i,j}$  est le terme représentant le couplage électromagnétique entre la zone  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$ . Nous illustrons ces termes de couplage par un exemple de rivet dans une pièce constituée de trois couches ( $n=2$  et  $m=4$ ). Les termes d'auto-couplage  $\mathcal{G}_{i,i}$  avec  $i \in \{2, 3, 4\}$  et les termes de couplage mutuel  $\mathcal{G}_{i,j}$  avec  $(i, j) \in \{2, 3, 4\}$  et  $i \neq j$  sont représentés sur la Figure 1.

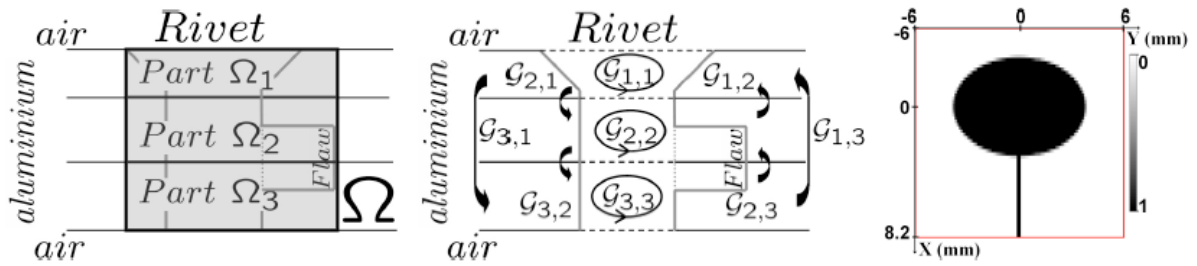


Figure 1 : Configuration composée de trois couches (à gauche, les différentes parties de la configuration, au centre, les dyades mises en jeu et à droite, la matrice de ratio de volume associée)

Plusieurs développements aussi bien théoriques que numériques ont été nécessaires pour mettre au point ce modèle et ainsi prendre en compte l'aspect multi-couches, l'alésage et l'altération de celui-ci par un défaut.

Tout d'abord, le modèle devait pouvoir prendre en compte une configuration multi-couches ainsi que la présence d'un défaut en son sein, éventuellement situé sur plusieurs couches. Cette approche multi-couches a nécessité l'écriture de l'équation d'état régissant notre problème électromagnétique dans le cas d'une structure plane stratifiée. Cette équation générale fait alors apparaître les dyades de Green multi-couches. L'écriture de leurs expressions analytiques et leur mise en œuvre numérique ont été validées expérimentalement [2].

Ensuite, le modèle devait pouvoir prendre en compte une structure rivetée. La prise en compte de la forme conique de la tête de rivet a pu être prise en compte par l'introduction de ratio de volume. Afin d'améliorer la performance en temps de calcul, une optimisation du calcul numérique du système linéaire (4) déduit de l'équation d'état (1) a été réalisée, notamment en utilisant la convolution présente dans l'équation d'état qui est calculée à l'aide de transformées de Fourier rapides.

Enfin, le modèle devait pouvoir prendre en compte une structure rivetée altérée par un défaut. Cette configuration est typiquement un problème d'échelles. Le rivet et le défaut se trouvent dans une seule et même configuration, le rivet étant bien plus volumineux que le défaut. Le rivet et le défaut étant compris dans la même zone de calcul, la matrice de ratio de volume est alors optimisée pour tenir compte au mieux des frontières de ces deux objets.

## VALIDATION SUR DES CONFIGURATIONS AERONAUTIQUES

### Description des configurations

Les configurations (Figure 2) sont constituées d'une pièce composée d'un empilement de trois plaques d'aluminium possédant des alésages pouvant accueillir des rivets à tête plate

conique. La plaque supérieure et les deux plaques inférieures, de conductivité  $17 \text{ MS/m}$ , ont respectivement une épaisseur de  $2.5 \text{ mm}$  et de  $4 \text{ mm}$ . La tête des alésages a un diamètre de  $12 \text{ mm}$  et leur corps de  $6.35 \text{ mm}$ .

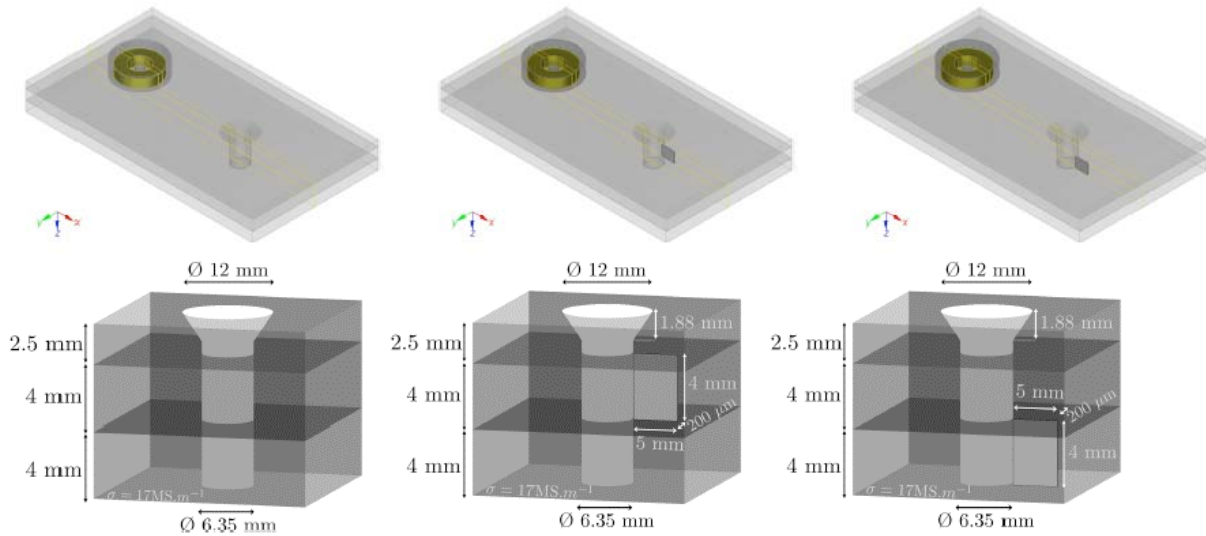


Figure 2 : Configurations étudiées (de gauche à droite : alésage sain, alésage altéré par un défaut en deuxième couche et alésage altéré par un défaut en troisième couche ; en haut, vues CIVA, en bas, détails des configurations)

La sonde utilisée comporte un bobinage et un pot de ferrite en forme de E (caractérisée en [5]). Le bobinage a une hauteur de  $3.46 \text{ mm}$ , un diamètre interne et externe respectivement de  $7.48 \text{ mm}$  et  $14.65 \text{ mm}$ , un entrefer de  $90 \text{ microns}$  et possède  $926$  spires. Il convient de souligner que le pot de ferrite possède en réalité deux encoches (Figure 6, droite) qui ne sont pas prises en compte en simulation. Au cours du travail de validation effectué par F. Buvat [5], il avait été noté que la présence de ces encoches avait une influence sur les signaux, certes faible mais toutefois notable. Les données expérimentales ont été acquises en excitant la sonde par un courant sinusoïdal aux fréquences de  $1.6 \text{ kHz}$  et de  $0.8 \text{ kHz}$ . Dans le cadre de ce travail de validation, nous nous sommes intéressés aux signaux obtenus quand la sonde se déplace sur une ligne passant par le centre de l'alésage.

Dans une première étape, nous souhaitons étalonner les signaux simulés (comme cela est d'ailleurs fait usuellement lors des contrôles en milieu industriel) sur les signaux expérimentaux. Cette étape a pour objectif de minimiser au mieux l'influence de diverses sources d'incertitudes expérimentales non parfaitement maîtrisées (par exemple la présence des encoches du pot de ferrite), compte tenu de la relative complexité de la configuration. Dans une seconde étape, nous allons étudier les résultats obtenus en présence d'entailles afin de valider le modèle. A cet effet, nous avons sélectionné un alésage autour duquel une entaille électro-érodée a été implantée (illustrations en Figure 2, au centre et à droite). Cette entaille, d'ouverture  $0.2 \text{ mm}$  (direction  $y$ ) et de longueur  $5 \text{ mm}$  (direction  $x$ ), traverse totalement la deuxième puis la troisième plaque de l'empilement (hauteur de  $4 \text{ mm}$ ).

### Etalonnage des signaux à la fréquence de $1.6 \text{ kHz}$

Une validation de notre modèle semi-analytique avec des données expérimentales est réalisée à la fréquence de  $1.6 \text{ kHz}$  sur la configuration d'un alésage sain (Figure 2, gauche) ainsi qu'une comparaison avec des signaux obtenus par un modèle aux éléments finis développé par le LGEP [4].

Pour être sensible à la réponse du défaut, un étalonnage est réalisé sur l'alésage sain. Les signaux simulés sont étalonnés sur le maximum en amplitude dans le plan d'impédance des signaux expérimentaux, i.e. pour  $x = 5$  mm (Figure 3). Pour analyser ces résultats (voir Tableau 1), on compare l'amplitude et la phase des signaux en deux points  $x = 0$  mm et  $x = 5$  mm. On peut noter que les deux signaux simulés, après étalonnage, ont les mêmes amplitudes aux points  $x = 0$  mm et  $x = 5$  mm (resp. 21 mV et 29 mV) et une légère différence de phase d'un degré.

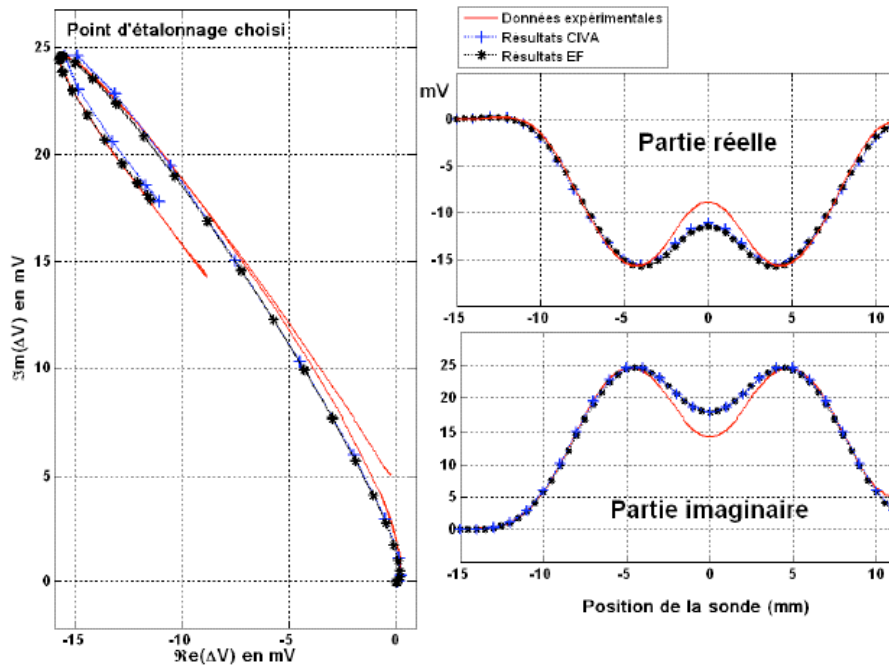


Figure 3 : Signaux étalonnés pour l'alésage sain pour  $f = 1.6$  kHz (— Données expérimentales, +++ Résultats CIVA, \*\*\* Résultats EF)

Signaux étalonnés pour l'alésage		Mesures		Accords	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
Expérimentation	$x = 0$ mm	17 mV	$122^\circ$	×	×
	$x = 5$ mm	29 mV	$123^\circ$	×	×
CIVA	$x = 0$ mm	21 mV	$122^\circ$	24 %	$0^\circ$
	$x = 5$ mm	29 mV	$121^\circ$	0 %	$2^\circ$
EF	$x = 0$ mm	21 mV	$123^\circ$	24 %	$1^\circ$
	$x = 5$ mm	29 mV	$122^\circ$	0 %	$1^\circ$

Tableau 1 : Accords entre les simulations étalonnées et les données expérimentales pour la configuration de l'alésage pour  $f = 1.6$  kHz

On constate un bon accord (0 % en amplitude  $1^\circ$  en phase) entre les signaux simulés et les données expérimentales en  $x = 5$  mm après étalonnage pour l'alésage sain. En  $x = 0$  mm, l'accord (24 % en amplitude  $1^\circ$  en phase) reste acceptable compte tenu de la complexité de la configuration. On constate aussi un très bon accord entre les résultats CIVA et les résultats éléments finis. On peut en conclure que l'étalonnage ne permet pas de s'affranchir totalement de l'influence des sources d'incertitudes non maîtrisées. On peut imaginer que cette différence est liée aux encoches du pot de ferrite.

### Etalonnage des signaux à la fréquence de 0.8 kHz

Le même raisonnement et les mêmes étapes (réponse à l'alésage sain puis étalonnage) que ceux suivis pour la fréquence de 1.6 kHz vont être appliqués à la fréquence de 0.8 kHz. Les

résultats de notre modèle pour cette fréquence ne seront quant à eux pas comparés à une méthode aux éléments finis. L'analyse de ces résultats, illustrés en Figure 4, est présentée dans le Tableau 2.

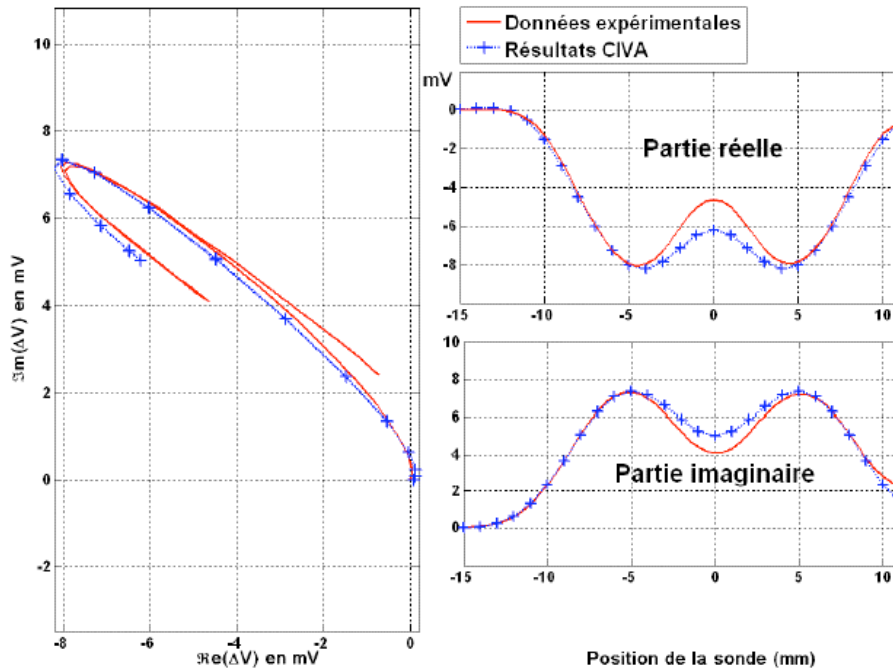


Figure 4 : Signaux étalonnés pour l'alésage sain pour  $f = 0.8$  kHz (— Données expérimentales, +++ Résultats CIVA)

Signaux étalonnés pour l'alésage		Mesures		Accords	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
Expérimentation	x= 0 mm	6 mV	139°	×	×
	x= 5 mm	11 mV	137°	×	×
CIVA	x= 0 mm	8 mV	141°	25 %	2°
	x= 5 mm	11 mV	138°	0 %	1°

Tableau 2 : Accords entre les simulations étalonnées et les données expérimentales pour la configuration de l'alésage sain pour  $f = 0.8$  kHz

### Résultats de validation pour le défaut situé dans la deuxième couche

Une validation avec des données expérimentales est réalisée sur la configuration de l'alésage altéré en deuxième couche (Figure 2, centre) à la fréquence de 1.6 kHz. Une comparaison entre les signaux obtenus par notre modèle semi-analytique et le modèle aux éléments finis développé par le LGEP est aussi présentée pour cette configuration.

L'analyse de ces résultats (étalonnés sur l'alésage sain) est présentée dans le Tableau 3. On compare l'amplitude et la phase des signaux en deux points  $x = 0$  mm et  $x = 5$  mm illustrés en Figures 5 (gauche) pour les signaux expérimentaux et semi-analytique et en Figure 5 (centre) pour les signaux semi-analytiques et aux éléments finis. On constate un bon accord ( $< 3$  % en amplitude,  $< 1^\circ$  en phase) entre les signaux issus des simulations et les données expérimentales pour la position  $x = 5$  mm. L'écart (24 % en amplitude,  $1^\circ$  en phase) déjà observé entre les résultats simulés et les données expérimentales sur la configuration d'étalonnage (alésage sain), à la position  $x = 0$  mm se retrouve logiquement pour les signaux étalonnés pour l'alésage avec défaut (24 % en amplitude,  $2^\circ$  en phase).

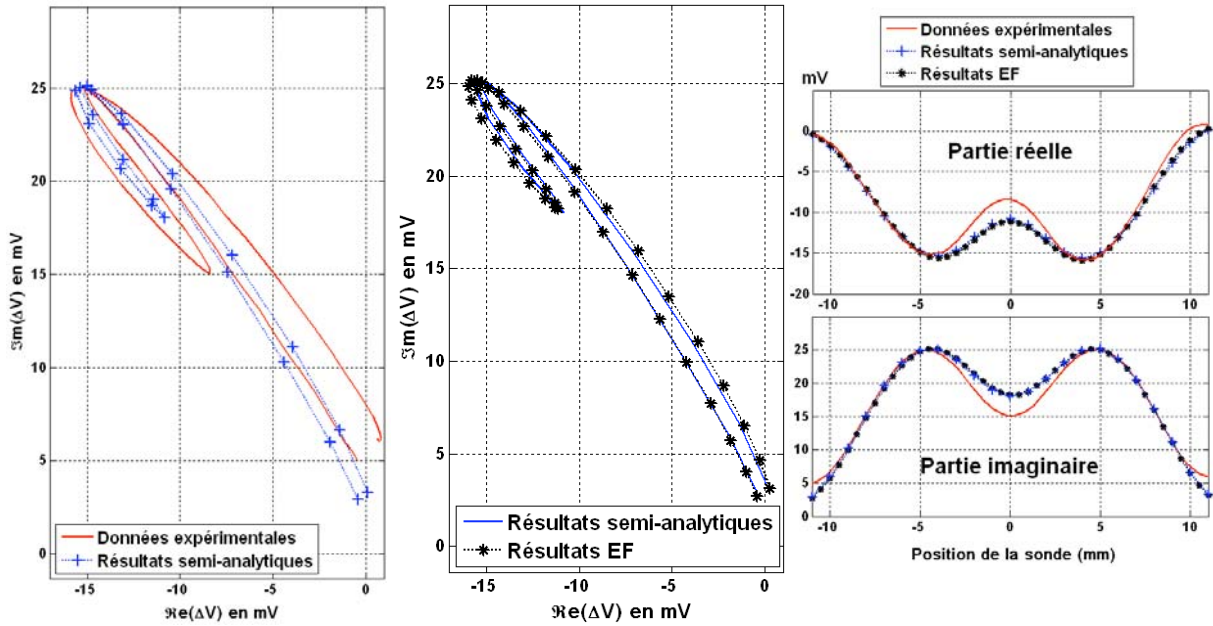


Figure 5 : Signaux étalonnés pour l'alésage altéré par un défaut en deuxième couche pour  $f = 1.6 \text{ kHz}$  (— Données expérimentales, +++ Résultats semi-analytiques, \*\*\* Résultats éléments finis)

Signaux étalonnés pour l'alésage altéré dans la deuxième couche		Mesures		Accords	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
Expérimentation	$x = 0 \text{ mm}$	17 mV	$119^\circ$	×	×
	$x = 5 \text{ mm}$	29 mV	$122^\circ$	×	×
Semi-analytique	$x = 0 \text{ mm}$	21 mV	$121^\circ$	24 %	$2^\circ$
	$x = 5 \text{ mm}$	29 mV	$121^\circ$	0%	$1^\circ$
EF	$x = 0 \text{ mm}$	21 mV	$121^\circ$	24 %	$2^\circ$
	$x = 5 \text{ mm}$	30 mV	$122^\circ$	3 %	$0^\circ$

Tableau 3 : Accords entre les simulations étalonnées et les données expérimentales pour la configuration de l'alésage altéré en deuxième couche pour  $f = 1.6 \text{ kHz}$

### Analyse du signal du défaut

Afin de déterminer quel est le signal lié uniquement à la présence du défaut, on soustrait les signaux obtenus pour l'alésage altéré par le défaut avec ceux obtenus pour l'alésage sain.

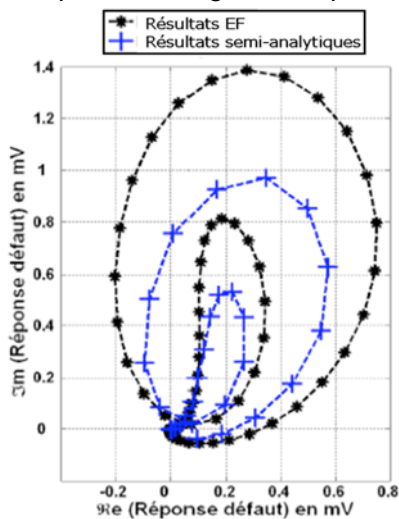


Figure 6 : à gauche, réponse étalonnée du défaut situé dans la deuxième couche pour  $f = 1.6 \text{ kHz}$  (+++ Résultats semi-analytiques, °°° Résultats EF) ; à droite, ferrite de la sonde utilisée



Avec cette méthode, on espère s'affranchir totalement du signal lié à l'alésage, mais tous les alésages n'étant pas parfaitement identiques, cette méthode n'est pas rigoureuse et ne peut être utilisée pour des contrôles sur sites. Elle nous donne ici un ordre de grandeur du signal lié au défaut.

Le signal lié à la présence du défaut (présenté sur la Figure 6) est très faible (amplitudes inférieures à 1.4 mV) par rapport au signal de l'alésage (amplitudes inférieures à 11 mV), soit un signal du défaut 10 fois plus faible. Cette procédure n'a pas pu être réalisée avec succès sur les données expérimentales car le signal du défaut est trop faible par rapport au bruit lié au recalage des acquisitions de l'alésage sain et altéré.

### Résultats de validation pour le défaut situé dans la troisième couche

Nous allons maintenant présenter la validation du modèle sur l'alésage altéré par une entaille située dans la troisième couche (Figure 7). L'analyse de ces résultats (étalonnés sur l'alésage sain) est présentée dans le Tableau 4. On constate un très bon accord (0 % en amplitude, 0° en phase) entre le signal simulé et le signal expérimental pour la position  $x = 5$  mm. L'écart déjà observé (25 % en amplitude, 2° en phase) entre le signal simulé et les données expérimentales sur la configuration d'étalonnage (alésage sain), à la position  $x = 0$  mm se retrouve logiquement entre les signaux étalonnés pour l'alésage avec défaut (25 % en amplitude, 3° en phase).

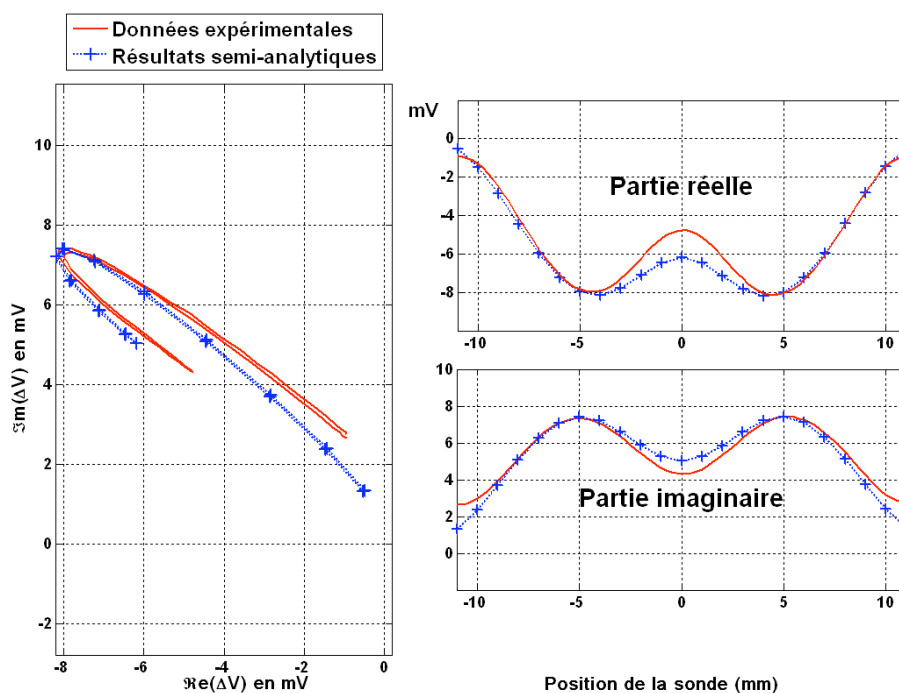


Figure 7 : Signaux étalonnés pour l'alésage altéré par un défaut en deuxième couche pour  $f = 0.8$  kHz (— Données expérimentales, +++ Résultats semi-analytiques)

Signaux étalonnés pour l'alésage altéré dans la troisième couche		Mesures		Accords	
		Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
Expérimentation	$x = 0$ mm	6 mV	138°	×	×
	$x = 5$ mm	11 mV	137°	×	×
Semi-analytique	$x = 0$ mm	8 mV	141°	25 %	3°
	$x = 5$ mm	11 mV	137°	0 %	0°

Tableau 4 : Accords entre les simulations étalonnées et les données expérimentales pour la configuration de l'alésage altéré en troisième couche pour  $f = 0.8$  kHz

## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

Le modèle prenant en compte une structure rivetée altérée par un défaut est en cours d'intégration dans la plate-forme CIVA. Ce modèle semi-analytique est validé expérimentalement sur deux configurations représentatives des configurations rencontrées lors de contrôles aéronautiques et comparé avec des résultats obtenus par un code éléments finis (alésages altérés par un défaut enfoui d'ouverture fine) avec de bons accords. Cette méthode utilisant une zone englobant les deux objets (rivet et défaut) est satisfaisante mais a ses limites. Une méthode prenant en compte les deux objets séparément permettrait une optimisation en temps de calcul.

## **REMERCIEMENTS**

Cette recherche est soutenue par la région Ile-de-France

## **Références bibliographiques**

- [1] Chew W.C., Waves and Fields in Inhomogeneous Media, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- [2] Paillard S., Pichenot G., Lambert M., Voillaume H. and Dominguez N., A 3D model for eddy current inspection in aeronautics: application to riveted structures, Review of Progress in QNDE 26, 2006, pp. 265-272.
- [3] Le Ber L., Calmon P., Sollier T., Mahaut S. and Benoist P., Advances of simulation and expertise capabilities in CIVA platform, in Review of Progress in QNDE Vol. 25, 2006, pp. 684-691.
- [4] Choua Y., Santandrea L., Le Bihan Y., Marchand C., Thin crack modeling in ECT with combined potential formulations,
- [5] Buvat F., Pichenot G., Prémel D., Lesselier D., Lambert M. and Voillaume H., Eddy current modelling of ferrite-cored probes, in Review of Progress in QNDE Vol. 24, 2005, pp. 463-470. IEEE Trans. Magn. 43, 2007, pp. 1789-1792.